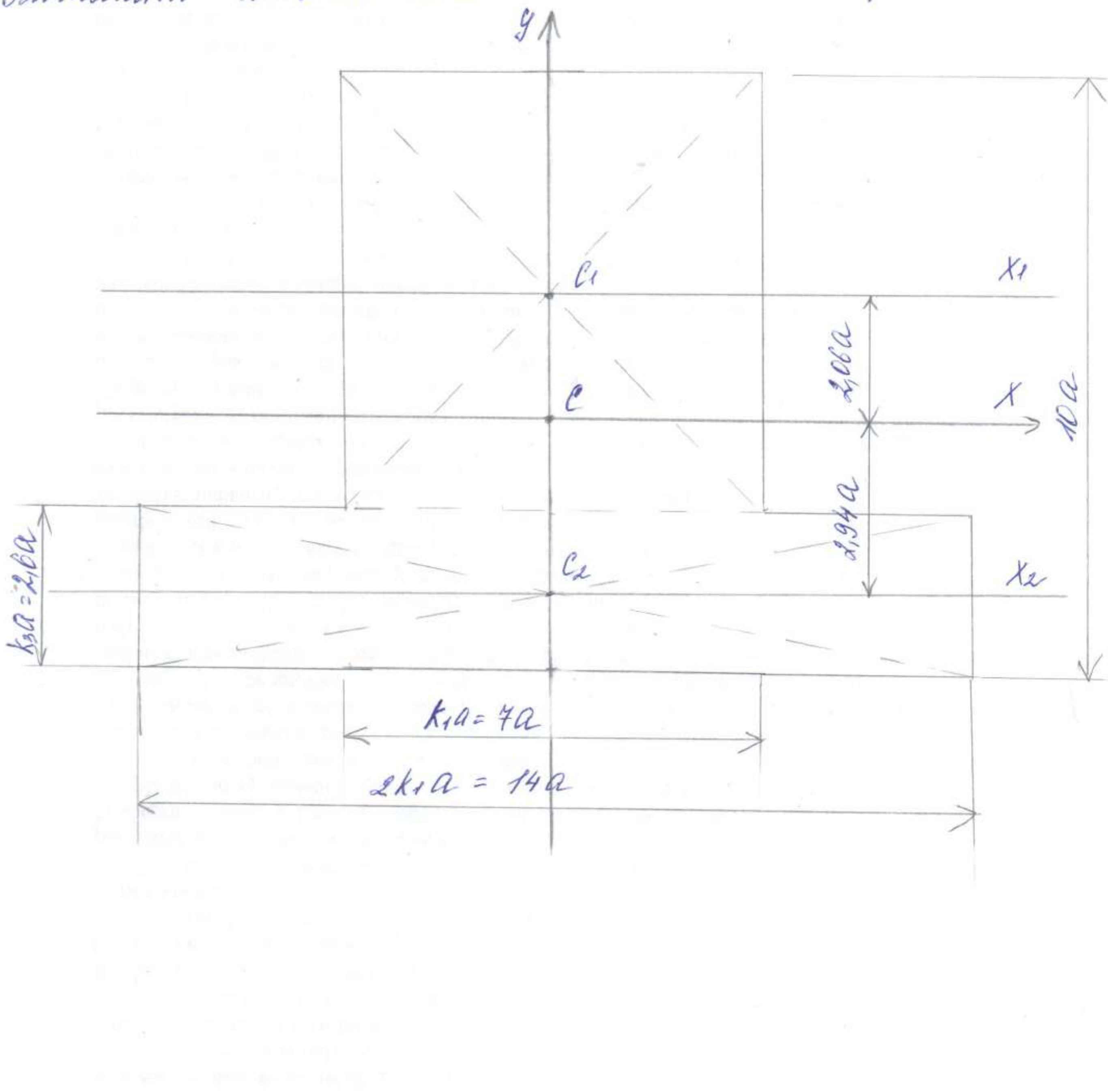
Задание №6

Дано: $k_1 = 7$ $k_2 = 0$ $k_3 = 2,6$

Определить центр тяжести сечения

Вычислить главные осевые моменты инерции



1. Сечение имеет одну ось симметрии, следовательно, она является главной центральной осью y и центр тяжести лежит на этой оси.
Вторая главная центральная ось $x \perp y$ и проходит через центр тяжести сечения.

Разобьём сложное сечение на простейшие — прямоугольники (1) и (2).

Отметим центры тяжестей простейших сечений C_1 и C_2.
Оси X_1 и X_2 являются главными центральными осями простейших фигур.

Пусть $X_1 C_1 y$ — вспомогательная система координат

- Ординаты точек C_1 и C_2:

$$y_1 = 0$$
$$y_2 = -\left(10a - \frac{10a - 2{,}6a}{2} - \frac{2{,}6a}{2}\right) = -(10a - 3{,}7a - 1{,}3a) = -5a$$

- Площади простейших фигур:

$$A_1 = (10a - 2{,}6a) \cdot 7a = 7{,}4a \cdot 7a = 51{,}8a^2$$
$$A_2 = 2{,}6a \cdot 14a = 36{,}4a^2$$

- Статические моменты простейших фигур относительно оси X_1:

$$S_{x_1}^1 = y_1 \cdot A_1 = 0$$
$$S_{x_1}^2 = y_2 \cdot A_2 = -5a \cdot 36{,}4a^2 = -182a^2$$

- Координата общего центра тяжести:

$$y_c = \frac{S_{x_1}^1 + S_{x_2}^2}{A_1 + A_2} = \frac{0 - 182a^2}{51{,}8a^2 + 36{,}4a^2} = \frac{-182a^2}{88{,}2a^2} = -2{,}06a$$

C — общий центр тяжести сложного сечения.
Через точку C проходит ось X — вторая главная центральная ось сложного сечения.
Оси X и y — главные центральные оси сложного сечения.

Расстояние от оси X до X_1: $CC_1 = 2{,}06a$

от оси X до X_2: $CC_2 = 5a - 2{,}06a = 2{,}94a$

2. Найдем главные центральные моменты инерции J_x и J_y.

– Осевые моменты инерции простейших фигур относительно их главных центральных осей:

$$J_{x_1}^1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{7a\cdot(7{,}4a)^3}{12} = 236{,}38a^4$$

$$J_{x_2}^2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{14a\cdot(2{,}6a)^3}{12} = 20{,}51a^4$$

– Относительно общей главной центральной оси X:

$$J_x^1 = J_{x_1}^1 + CC_1^2\cdot A_1 = 236{,}38a^4 + (2{,}06a)^2\cdot 51{,}8a^2 = 456{,}2a^4$$

$$J_x^2 = J_{x_2}^2 + CC_2^2\cdot A_2 = 20{,}51a^4 + (2{,}94a)^2\cdot 36{,}4a^2 = 335{,}14a^4$$

– Согласно теореме о сложении моментов инерции, главный центральный момент инерции сложного сечения относительно оси X равен:

$$J_x = J_x^1 + J_x^2 = 456{,}2a^4 + 335{,}14a^4 = 791{,}34a^4$$

– Все центры тяжести лежат на оси y, следовательно, не нужно применять теорему о параллельном переносе осей, достаточно воспользоваться теоремой о сложении моментов инерции:

$$J_y = J_y^1 + J_y^2 = \frac{h_1 b_1^3}{12} + \frac{h_2 b_2^3}{12} = \frac{7{,}4a\cdot(7a)^3}{12} + \frac{2{,}6a\cdot(14a)^3}{12} =$$

$$= 211{,}52a^4 + 594{,}53a^4 = 806{,}05a^4$$

Главные центральные моменты инерции заданного сложного сечения:

$J_x = 791{,}34a^4$ $\quad$ $J_y = 806{,}05a^4$